Symmetrien, Grenzwerte, Nullstellen von Funkt. & Zeichnen von Funktionsgraphen

Gegeben sind folgende Funktionen:

(a.) $f(x) = 2x^3-10x^2$
(b.) $f(x) = -x^6-25x^4$
(c.) $f(x) = -x^6-3125x$
(d.) $f(x) = -2x^4-10x^3$
(e.) $f(x) = 2x^3-32x$
(f.) $f(x) = x^4-x$
(g.) $f(x) = x^4-5x^3$
(h.) $f(x) = -3x^5+9x^4$
(i.) $f(x) = -x^4-4x^2$
(j.) $f(x)= -2x^3+8x$
(k.) $f(x) =x^4-2x^3$
(l.) $f(x) =x^4-4x^2$
(m.) $f(x) =x^3+2x^2$
(n.) $f(x) =x^3-2x^2$
(o.) $f(x) =x^3-4x$
(p.) $f(x) =x^3-8$
(q.) $f(x) =x^7-27x^4$
(r.) $f(x) =x^7-81x^3$
(s.) $f(x) =x^7-32x^2$
(t.) $f(x) =x^7-2x^6+x^5$
(u.) $f(x) =x^7+x^6-56x^5$

Führen Sie für jede Funktion folgendes durch:

(1.) Bestimmen Sie den Grad von f!
(2.) Bestimmen Sie die Symmetrie des zugehörigen Funktionsgraphen G_f*!*
(3.) Bestimmen Sie die uneigentlichen Grenzwerte von f!
(4.) Bestimmen Sie die rechnerisch die Nullstellen und zugehörigen Vielfachheiten von f!
(5.) Zeichnen Sie zwei mögliche Verläufe des Funktionsgraphen von f!

Symmetrien, Grenzwerte, Nullstellen von Funkt. & Zeichnen von Funktionsgraphen – Lösungen

(1.)

(a.)3
(b.)6
(c.)6
(d.)4
(e.)3
(f.) 4
(g.)4
(h.)5
(i.) 4
(j.) 3
(k.)4
(l.) 4
(m.) 3
(n.)3
(o.)3
(p.)3
(q.)7
(r.) 7
(s.) 7
(t.) 7
(u.)7

(2.)

(a.) $f(-x)= 2(-x)^3-10(-x)^2 =-2x^3-10x^2$

$-f(-x)= 2x^3+10x^2$

Der Graph von f besitzt keine Symmetrie, da $f(x)\neq f(-x)$ *und* $f(x)\neq -f(-x)$*!*

(b.) $f(-x)= -(-x)^6-25(-x)^4= -x^6-25x^4$

Der Graph von f ist achsensymmetrisch, da $f(x)= f(-x)$*!*

(c.) $f(-x)= -(-x)^6-3125(-x) = -x^6+3125x$

$-f(-x)= x^6-3125x$

Der Graph von f besitzt keine Symmetrie, da $f(x)\neq f(-x)$ *und* $f(x)\neq -f(-x)$*!*

(d.) $f(-x)= -2(-x)^4-10(-x)^3= -2x^4+10x^3$

$-f(-x)= 2x^4-10x^3$

Der Graph von f besitzt keine Symmetrie, da $f(x)\neq f(-x)$ *und* $f(x)\neq -f(-x)$*!*

(e.) $f(-x)= 2(-x)^3-32(-x) = -2x^3+32x$

$-f(-x)= 2x^3-32x$

Der Graph von f ist punktsymmetrisch, da $f(x)= f(-x)$*!*

(f.)

(3.) (a1.) $\lim_{x\to\infty}\left(2x^3 - 10x^2\right) = \infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^3, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->∞ strebt x^3-> ∞*
- *Für x->∞ strebt $2x^3$-> ∞*

(a2.) $\lim_{x\to-\infty}\left(2x^3 - 10x^2\right) = -\infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^3, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->-∞ strebt x^3-> -∞*
- *Für x->-∞ strebt $2x^3$-> -∞*

(b.) $\lim_{x\to\infty}\left(-x^6 - 25x^4\right) = -\infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^6, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->∞ strebt x^6-> ∞*
- *Für x->∞ strebt $-x^3$-> -∞*

$\lim_{x\to-\infty}\left(-x^6 - 25x^4\right) = -\infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^6, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->-∞ strebt x^6-> ∞*
- *Für x->-∞ strebt $-x^3$-> -∞*

(c.) $\lim_{x\to\infty}\left(-x^6 - 3125x\right) = -\infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^6, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->∞ strebt x^6-> ∞*
- *Für x->∞ strebt $-x^3$-> -∞*

$\lim_{x\to-\infty}\left(-x^6 - 3125x\right) = -\infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^6, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->-∞ strebt x^6-> ∞*
- *Für x->-∞ strebt $-x^3$-> -∞*

(d.) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-2x^4-10x^3\right)=-\infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^4, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->∞ strebt x^4-> ∞*
- *Für x->∞ strebt $-x^4$-> -∞*

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2x^4-10x^3\right)=-\infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^4, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->-∞ strebt x^4-> ∞*
- *Für x->-∞ strebt $-x^4$-> -∞*

(e.) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(-2x^3 - 32x\right) = -\infty$

- *Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^3, da dieser am stärksten wächst/fällt!*
- *Für x->-∞ strebt x^3-> ∞*
- *Für x->-∞ strebt $-x^3$-> -∞*

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(-2x^3 - 32x\right) = \infty$
  Wir betrachten die x-Potenz mit dem höchsten Exponenten x^3, da dieser am stärksten wächst/fällt!
- *Für x->-∞ strebt x^3->-∞*
- *Für x->-∞ strebt $-x^3$-> ∞*

(f.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^4 - x = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^4 - x = \infty$

(g.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^4 - 5\,x^3 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^4 - 5\,x^3 = \infty$

(h,) $\lim\limits_{x\to\infty} 9\,x^4 - 3\,x^5 = -\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} 9\,x^4 - 3\,x^5 = \infty$

(i.) $\lim\limits_{x\to\infty} -x^4 - 4\,x^2 = -\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} -x^4 - 4\,x^2 = -\infty$

(j.) $\lim\limits_{x\to\infty} 8\,x - 2\,x^3 = -\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} 8\,x - 2\,x^3 = \infty$

(k.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^4 - 2\,x^3 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^4 - 2\,x^3 = \infty$

(l.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^4 - 4\,x^2 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^4 - 4\,x^2 = \infty$

(m.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^3 + 2\,x^2 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 + 2\,x^2 = -\infty$

(n.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^3 - 2\,x^2 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 - 2\,x^2 = -\infty$

(o.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^3 - 4\,x = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 - 4\,x = -\infty$

(p.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^3 - 8 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 - 8 = -\infty$

(q.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^7 - 27\,x^4 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^7 - 27\,x^4 = -\infty$

(r.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^7 - 81\,x^3 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^7 - 81\,x^3 = -\infty$

(s.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^7 - 32\,x^2 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^7 - 32\,x^2 = -\infty$

(t.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^7 - 2\,x^6 + x^5 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^7 - 2\,x^6 + x^5 = -\infty$

(u.) $\lim\limits_{x\to\infty} x^7 + x^6 - 56\,x^5 = \infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^7 + x^6 - 56\,x^5 = -\infty$

(4.)(a.) $2x^3-10x^2 = 0$
$\Rightarrow x^2(2x-10) = 0$
$\Rightarrow x^2 = 0 \vee 2x-10 = 0$
$\Rightarrow x^2 = 0 \vee 2x = 10$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 5$
$N_1(0/0)$ (VF:2); $N_2(5/0)$ (VF:1)

(b.) $-x^6-25x^4 = 0$
$\Rightarrow x^4(-x^2-25) = 0$
$\Rightarrow x^4=0 \vee -x^2-25 = 0$
$\Rightarrow x^4=0 \vee -x^2 = 25$
$\Rightarrow x^4=0 \vee x^2 = -25$
$\Rightarrow x=0$
$N_1(0/0)$ (VF:4)

(c.) $-x^6-3125x = 0$
$\Rightarrow x(-x^5-3125) = 0$
$\Rightarrow x=0 \vee -x^5-3125 = 0$
$\Rightarrow x=0 \vee -x^5 = 3125$
$\Rightarrow x=0 \vee x^5 = -3125$
$\Rightarrow x=0 \vee x = -5$
$N_1(-5/0)$ (VF:1); $N_2(0/0)$ (VF:1)

(d.) $-2x^4-10x^3 = 0$
$\Rightarrow x^3(-2x-10) = 0$
$\Rightarrow x^3=0 \vee -2x-10 = 0$
$\Rightarrow x=0 \vee -2x = 10$
$\Rightarrow x=0 \vee x = -5$
$N_1(-5/0)$ (VF:1); $N_2(0/0)$ (VF:3)

(e.) $2x^3-32x = 0$
$\Rightarrow x(2x^2-32) = 0$
$\Rightarrow x=0 \vee 2x^2-32 = 0$
$\Rightarrow x=0 \vee 2x^2 = 32$
$\Rightarrow x=0 \vee x^2 = 16$
$\Rightarrow x=0 \vee x = 4 \vee x = -4$
$N_1(-4/0)$ (VF:1) ; $N_2(0/0)$ (VF:1); $N_3(4/0)$ (VF:1)

(f.) $x^4-x = 0$
$\Rightarrow x(x^3-1) = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x^3-1 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x^3 = 1$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 1$
$N_1(0/0)$ (VF:1); $N_2(1/0)$ (VF:1)

(g.) $x^4-5x^3 = 0$
$\Rightarrow x^3(x-5) = 0$
$\Rightarrow x^3 = 0 \vee x-5 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 5$
$N_1(0/0)$ (VF:3) ; $N_2(5/0)$ (VF:1)

(h.) $-3x^5+9x^4 = 0$
$\Rightarrow x^4(-3x+9) = 0$
$\Rightarrow x^4 = 0 \vee -3x+9 = 0$
$\Rightarrow x^4 = 0 \vee -3x = -9$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 3$
$N_1(0/0)$ (VF:4) ; $N_2(3/0)$ (VF:1)

(i.) $-x^4-4x^2 = 0$
$\Rightarrow x^2(-x^2-4) = 0$
$\Rightarrow -x^2 = 0 \vee -x^2-4 = 0$
$\Rightarrow x^2 = 0 \vee x^2 = -4$
$\Rightarrow x = 0$ (2. Gleichung entfällt, da keine Lösung!)
$N(0/0)$ (VF:2)

(j.) $-2x^3+8x=0$
$\Rightarrow x(-2x^2+8)=0$
$\Rightarrow x=0 \vee -2x^2+8=0$
$\Rightarrow x=0 \vee -2x^2=-8$
$\Rightarrow x=0 \vee x^2=4$
$\Rightarrow x=0 \vee x = 2 \vee x = -2$
$N1(-2/0)$ (VF:1);$N2(0/0)$ (VF:1); $N3(2/0)$ (VF:1)

(k.) $x^4-2x^3=0$
$\Rightarrow x^3(x-2)=0$
$\Rightarrow x^3=0 \vee x-2=0$
$\Rightarrow x=0 \vee x=2$
$N_1(0/0)$(VF.:3); $N_2(2/0)$ (VF.:1)

(l.) $x^4-4x^2=0$
$\Rightarrow x^2(x^2-4)=0$
$\Rightarrow x^2=0 \vee x^2-4=0$
$\Rightarrow x=0 \vee x=2 \vee x=-2$
$N_1(0/0)$(VF: 2); $N_2(2/0)$ (VF: 1); $N_3(-2/0)$ (VF: 1)

(m.) $x^3 + 2x^2 = 0$
$\Rightarrow x^2(x+2) = 0$
$\Rightarrow x^2 = 0 \vee x+2 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = -2$
$N_1(0/0)$(VF: 2); $N_2(-2/0)$ (VF: 1)

(n.) $x^3 - 2x^2 = 0$
$\Rightarrow x^2(x - 2) = 0$
$\Rightarrow x^2 = 0 \vee x-2 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 2$
$N_1(0/0)$(VF:2); $N_2(2/0)$ (VF:1)

(o.) $x^3 - 4x = 0$
$\Rightarrow x(x^2-4) = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x^2-4 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = -2 \vee x = 2$
$N_1(-2/0)$ (VF:1); $N_2(0/0)$ (VF:1); $N_3(2/0)$ (VF:1)

(p.) $x^3 - 8 = 0$
$x^3 = 8$
$N(2/0)$ (VF:1)

(q.) $x^7 - 27x^4 = 0$
$\Rightarrow x^4(x^3 - 27) = 0$
$\Rightarrow x^4 = 0 \vee x^3 - 27 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x^3 = 27$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 3$
$N_1(0/0)$ (VF:4); $N_2(3/0)$ (VF:1)

(r.) $x^7 - 81x^3 = 0$
$\Rightarrow x^3(x^4 - 81) = 0$
$\Rightarrow x^3 = 0 \vee x^4 - 81 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x^4 = 81$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = -3 \vee x = 3$
$N_1(-3/0)$ (VF:1); $N_2(0/0)$ (VF:3); $N_3(3/0)$ (VF:1)

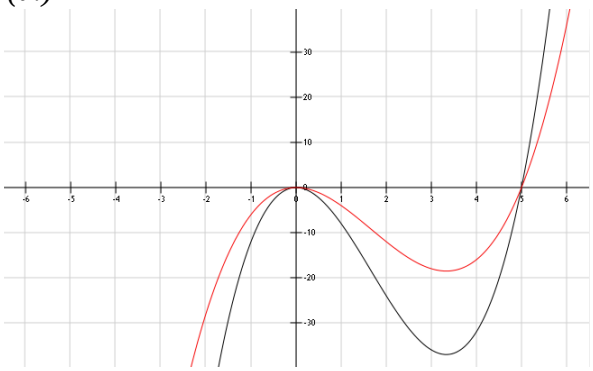
(s.) $x^7 - 32x^2 = 0$
$\Rightarrow x^2(x^5 - 32) = 0$
$\Rightarrow x^2 = 0 \vee x^5 - 32 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x^5 = 32$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 2$
$N_1(0/0)$ (VF:2); $N_2(2/0)$ (VF:1)

(t.) $x^7 - 2x^6 + x^5 = 0$
$\Rightarrow x^5(x^2 - 2x + 1) = 0$
$\Rightarrow x^5 = 0 \vee x^2 - 2x + 1 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 1 (\vee x = 1)$
$N_1(0/0)$ (VF:5); $N_2(1/0)$ (VF:2)

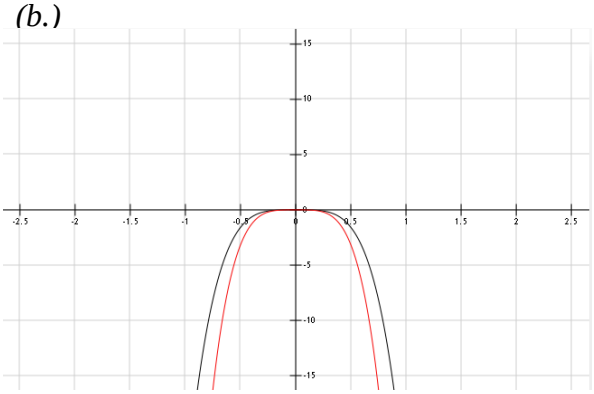
(u.) $f(x) = x^7 + x^6 - 56x^5$
$\Rightarrow x^5(x^2 + x - 56) = 0$
$\Rightarrow x^5 = 0 \vee x^2 + x - 56 = 0$
$\Rightarrow x = 0 \vee x = 7 \vee x = -8$
$N_1(-8/0)$ (VF:1); $N_2(0/0)$(VF:5); $N_3(7/0)$ (VF:1)

(5.)

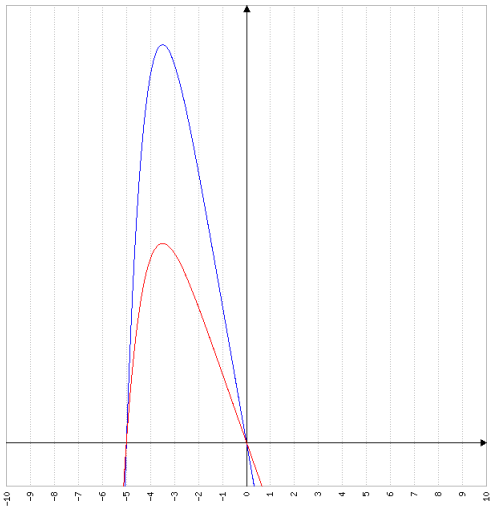
(a.)



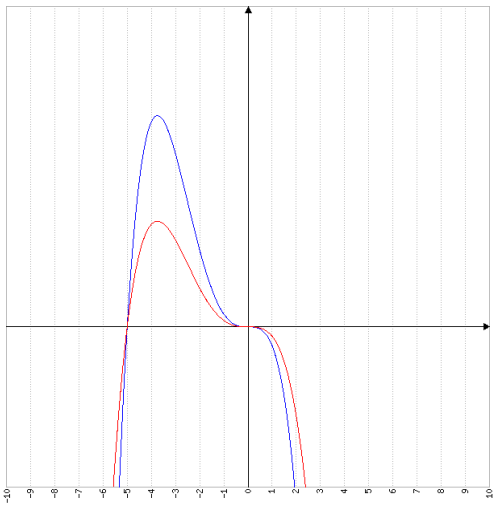
(b.)



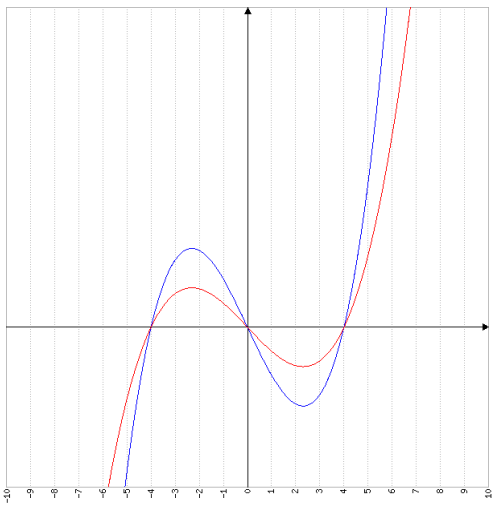
(c.)



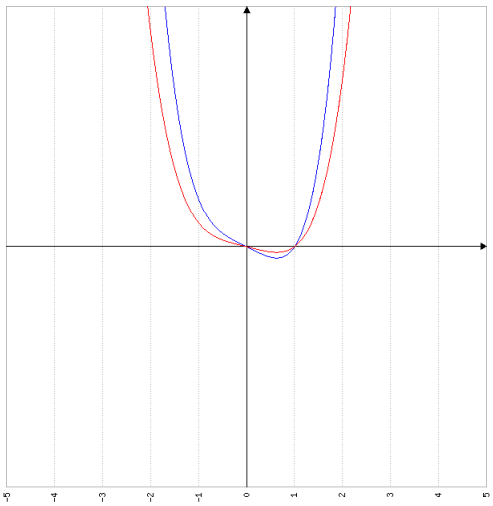
(d.)



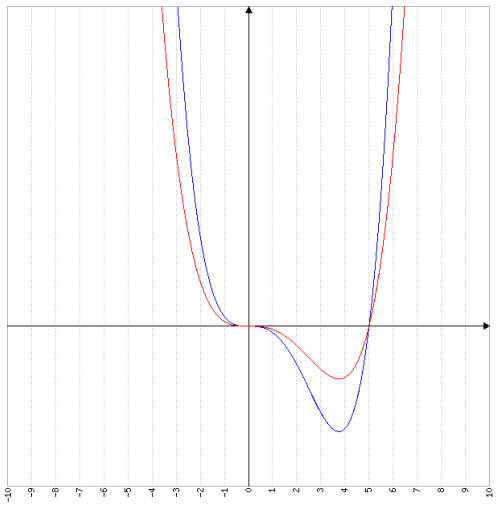
(e.)



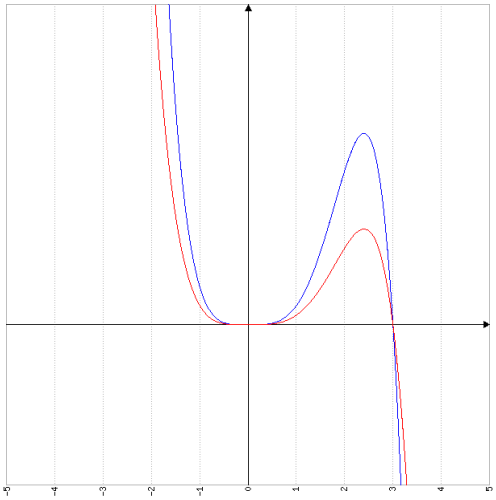
(f.)



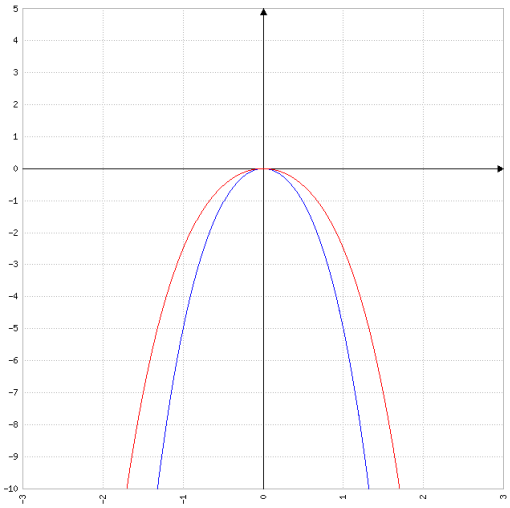
(g.)



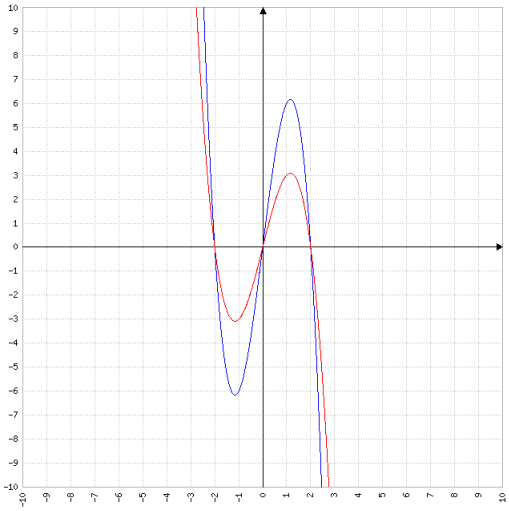
(h.)



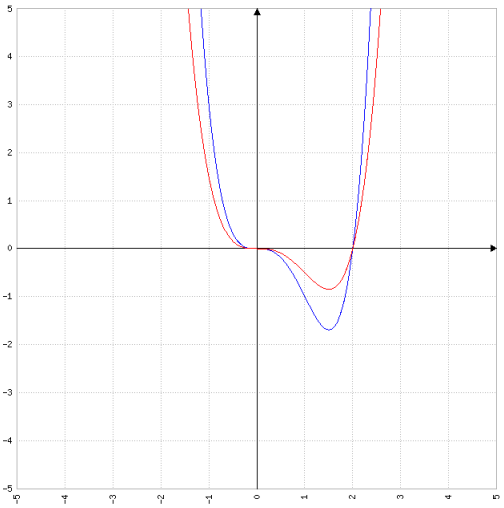
(i.)



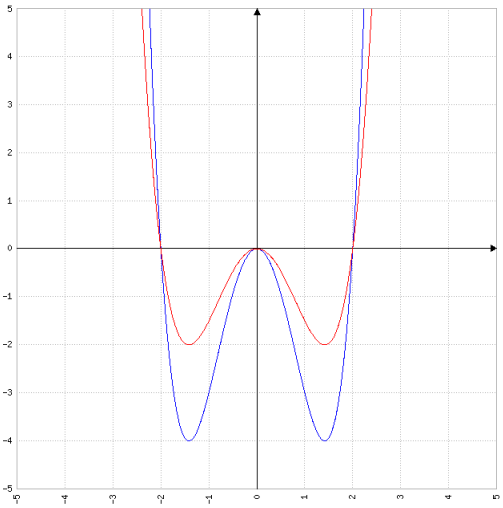
(j.)



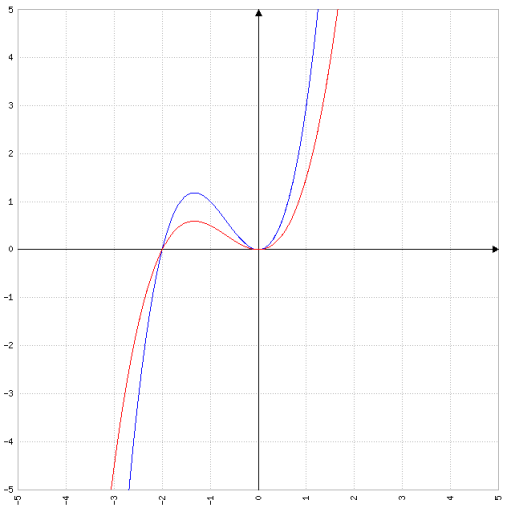
(k.)



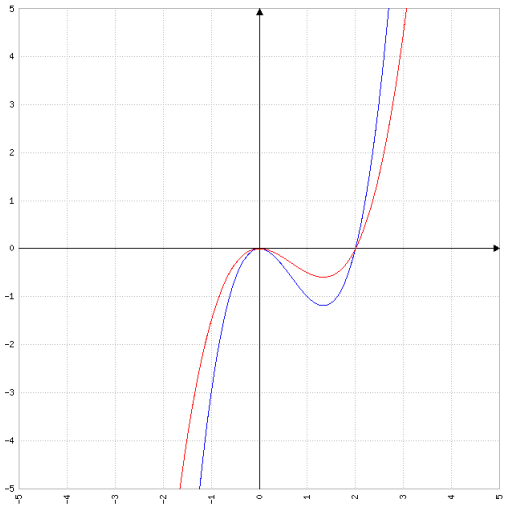
(l.)



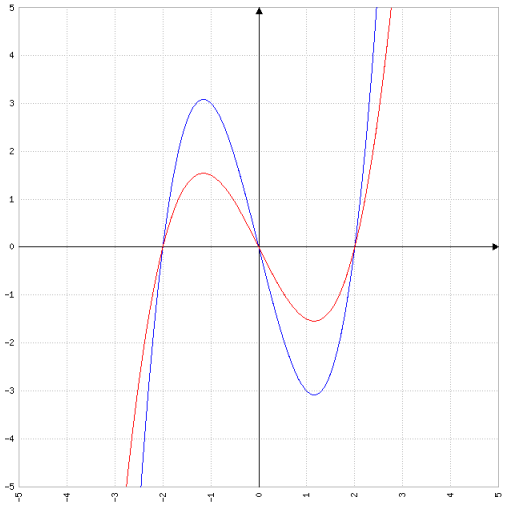
(m.)



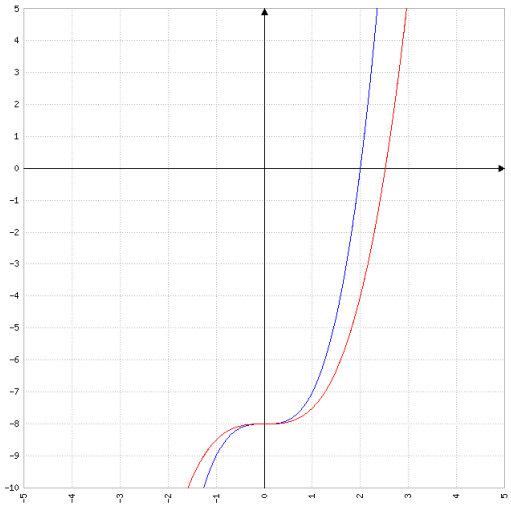
(n.)



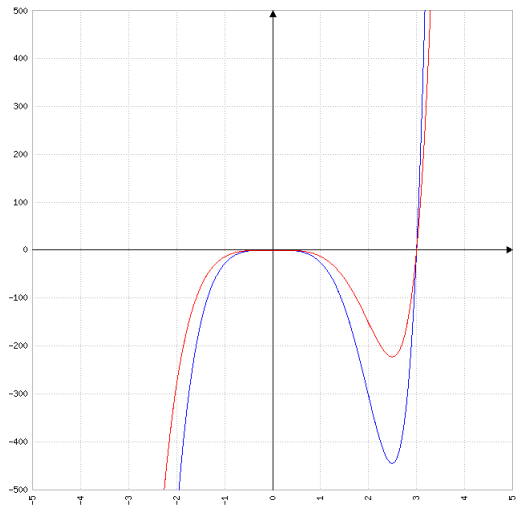
(o.)



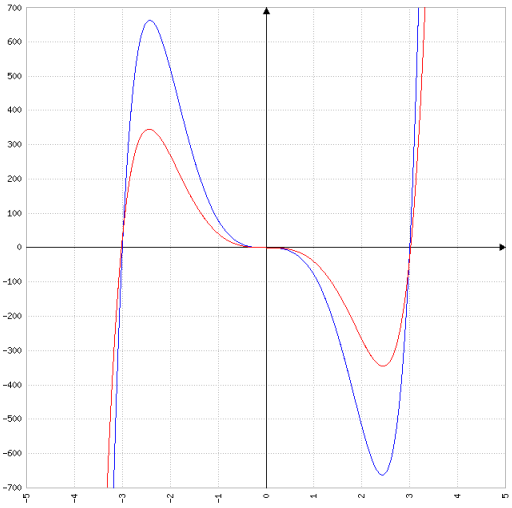
(p.)



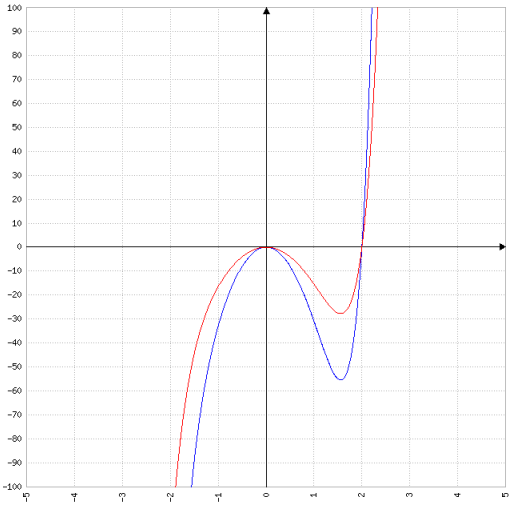
(q.)



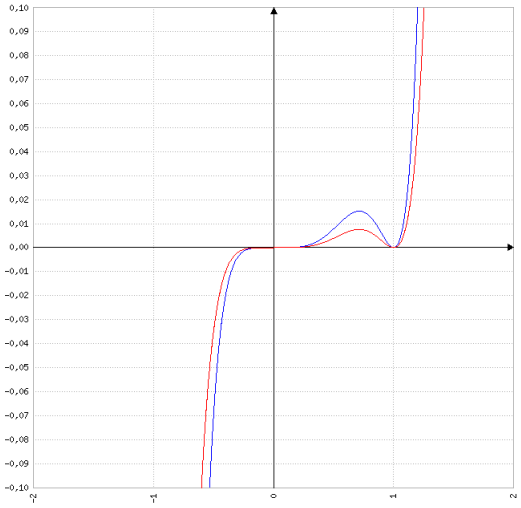
(r.)



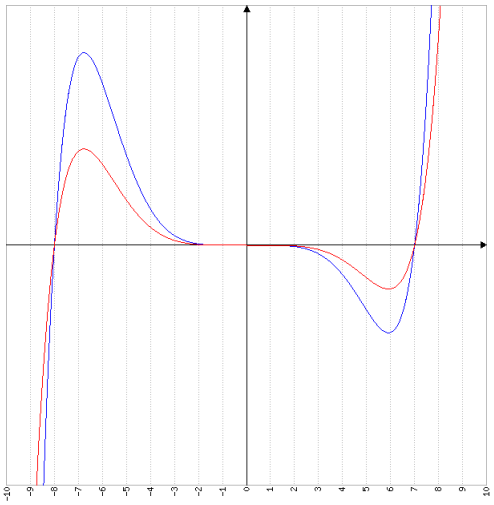
(s.)


100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
−10
−20
−30
−40
−50
−60
−70
−80
−90
−100
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5

(t.)


0,10
0,09
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0,00
−0,01
−0,02
−0,03
−0,04
−0,05
−0,06
−0,07
−0,08
−0,09
−0,10
−2
−1
0
1
2

(u.)


−10
−9
−8
−7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10